# TCS Self-Deceit Sheet

## Von wüsten Behauptungen und kreativen Konventionen

Zusammengetragen von Übungsleitern und Assistenten

der Vorlesung EAA aus den Jahren 2011 – 2012

It is not even wrong.

— Wolfgang Pauli, zu einem Artikel

Immer wieder ergeht der Vorwurf, diverse Korrekturen seien „viel zu streng“ und diese oder jene Klausur sei „viel zu schwer“ gewesen. Zur Einordnung möchten wir im Folgenden einige Schöpfungen teilen, unter deren Eindruck wir bei der Korrektur nach persönlichem Ermessen das Niedergeschriebene bewerten müssen.

Wir möchten betonen, dass ausnahmslos alles hier Angegebene direkt – wenn auch manchmal in generalisierter und lesbargemachter Form – aus studentischen „Lösungen“ entnommen wurde und – sofern nicht anders erwähnt – falsch ist, und zwar manchmal so sehr, dass man manchmal gar nicht weiß, was das schlimmste Vergehen ist.

Viel Spaß beim Lesen und – sofern nötig – viel Erfolg beim Geraderücken des Weltbilds!

## Grundverrechenarten

- $\frac{(2n)!}{(n!)^2} = \frac{2}{n!}$
- $b_n = \binom{n+1}{n} + b_{n-1} \implies b_{n+1} = \binom{n}{n+1} + b_n$
- $\frac{x \cdot y \cdot z}{y} = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{y} \cdot \frac{z}{y}$
- $\frac{x}{y} + \frac{y}{y} = \frac{xy}{y}$

## Fortgeschrittene Verrechenregeln

- $a^{\frac{1}{n}} = a^{-n}$
- $a^{\frac{1}{n-1}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{a}$
- $a^{\frac{1}{n}} - a^{\frac{1}{n-1}} = a^{\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}}$
- $\frac{e^n}{e^{n \cdot f(n)}} = \frac{1}{e^{f(n)}}$

## Grenzüberschreitungen

- $\lim\limits_{n\to\infty} (n^2 - n^2) = 1$
- $\lim\limits_{n\to\infty} a^{\frac{1}{n}} = 0$
- $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 = 0$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = 1$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 2$
- $\lim\limits_{n\to\infty} e^n > \lim\limits_{n\to\infty} 2^n$
- $\left[\forall\, i \in \mathbb{N}.\, a_i < b_i\right] \implies \frac{\prod_{i=1}^n a_i}{\prod_{i=1}^n b_i} \xrightarrow{n\to\infty} 0$
- $[\forall^\infty\, n \in \mathbb{N}.\, f(n) > g(n)] \implies \lim\limits_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$

## Undifferenziertes Differenzieren

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\, n! = (n-1)!$
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\, 4^n = n \cdot 4^{n-1}$
- $\frac{f'(n)}{g'(n)} = \left(\frac{f(n)}{g(n)}\right)'$
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\, (\ln n)^n = n \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^{n-1}$
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\, n^n = n \cdot n^{n-1}$
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\, 2^n = n \cdot \ln 2 \cdot 2^n$

## Verschätzungen & Identitätskrisen

- $e \approx 1,7$
- $\frac{\ln n}{2} < 1$
- $\sum\limits_{i=0}^{n} F_i = F_{n+1}$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} + 1$
- $\sum\limits_{i=0}^{n} F_i^2 = \frac{F_n(F_n+1)(F_{2n}+1)}{6}$
- $n!$ ist Polynom.

## Phantastische Asymptotiken

- $F_n^2 = \Theta(F_n)$, ein solches $c > 0$ findet man immer.
- $\frac{2}{6} \ln^2(a) \sim \ln(a)$
- $f(n) = \Theta(g(n))$ genau dann, wenn ein $c > 0$ und $n_0 \geq 0$ existieren, so dass für alle $n > n_0$ $f(n) = c \cdot g(n)$ gilt.
- $\ln(n)$ wächst offensichtlich schneller als $n$.
- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} \neq \infty \implies f \in o(g)$
- $n! \in o(2^n)$, denn Exponentialfunktionen schlagen alles tot.
- $n^n \in o(n!)$, denn $n!$ wächst schneller als alles andere.

## Laufzeitverschätzungen

- Für $n \leq 3$: $\Theta(1)$
- Alles nur konstante Laufzeit, da keine Schleifen.
  Anm.: Angesichts eines rekursiven Algorithmus geäußert.
- ```
  for i = 1 to n {
    i := i div a
  }
  ```
  Laufzeit: $\Theta(\log n)$
- ```
  a = x
  while ( a <= n ) {
    a = x div a
  }
  ```
  Anm.: Vermuteter Zweck: Zeit $\Theta(\log n)$ brauchen.
- Matrixmultiplikation geht in $O(n^2)$
  Anm.: Das ist nicht zwingend falsch, aber definitiv nicht bekannt.

## Epilog

Zu guter Letzt noch eine besondere Perle. Ausnahmsweise ist hier alles richtig, die Geradlinigkeit des Rechenwegs ist aber ein guter Schätzer für den geistigen Zustand der Korrektoren nach dem Lesen mancher Lösung:

$$\frac{2^n}{e^n} = \frac{2^n}{\left(2 \cdot \frac{e}{2}\right)^n} = \frac{2^n}{2^n \cdot \left(\frac{e}{2}\right)^n} = \frac{1}{\left(\frac{e}{2}\right)^n} = \left(\frac{e}{2}\right)^{-n} = \left(\left(\frac{e}{2}\right)^{-1}\right)^n = \left(\frac{2}{e}\right)^n \xrightarrow{n\to\infty} 0, \text{ da } \frac{2}{e} < 1$$