

# 1. Übungsblatt zur Vorlesung Entwurf und Analyse von Algorithmen, WS 12/13

**Abgabe:** Spätestens Freitag, 19.10.2012, 12:00 Uhr, Abgabekasten vor 48-694

**Achtung:** Abgabe schon am Freitag!  
Ab dem nächsten Blatt: Ausgabe und Abgabe donnerstags.

## Übungskonzept

Die Bearbeitung der Übungen ist Zulassungsvoraussetzung zur Abschlussklausur.  
Es gelten folgende Regeln:

- Es müssen in Summe 80 % der Punkte erreicht werden, die es auf Pflichtaufgaben gibt.
- Die Bepunktung hängt vom Studiengang ab:  
Wer das Modul 89-0006 *Entwurf und Analyse von Algorithmen*<sup>1</sup> belegt, gehört in **Track ε**.  
Hörer des Modules 89-0006AI *Entwurf und Analyse von Algorithmen für Angewandte Informatiker* formen **Track AI**.  
Als Richtlinie gilt: Wer auch die Veranstaltung *Beweistechniken* braucht, ist in Track AI.  
Die Pflichtpunkte sind bei jeder Aufgabe für beide Tracks angegeben – evtl. separat für die jeweiligen Teilaufgaben.
- Punkte aus der Zwischenklausur werden – evtl. skaliert – als Bonus auf die Punkte aus den Übungen addiert.
- Über freiwillige Aufgaben können weitere Zusatzpunkte gesammelt werden. Freiwillige (Teil-) Aufgaben sind daran zu erkennen, dass ihre Punktzahl [eingeklammert] ist.

<sup>1</sup>siehe <http://www.informatik.uni-kl.de/studium/lehrveranstaltungen/modulhb/>

## 1. Aufgabe

	a)	b)	c)	d)
Track $\epsilon$	[1]	[1]	[1]	4
Track AI	1	1	1	4

Zuweisungen die bereits in den Übungen oder der Vorlesung als Loop- oder While-Programme realisiert wurden können als Makros verwendet werden. Bitte die While-Programme kommentieren!

- Geben Sie ein WHILE-(Teil-)Programm an, das die Zuweisung  $x_j := c - x_i$  für  $x_j, x_i$  Variablen und  $c$  eine Konstante ausführt.
- Geben Sie ein WHILE-(Teil-)Programm an, das **If**  $x_j = c$  **then**  $x_i := n$  **else**  $x_i := x_i + 1$  **end** berechnet.
- Geben Sie ein WHILE-Programm an, das für die Eingaben  $x, n$  das Ergebnis von  $x^n$  berechnet.
- Geben Sie ein WHILE-Programm an, das für die Eingaben  $x, y$  das Ergebnis von  $\frac{x}{y}$  mit drei Nachkommastellen berechnet, wobei die Nachkommastellen für die Ausgabe an die Vorkommastelle konkateniert werden sollen. (Also würde das Ergebnis 3,725 als 3725 ausgegeben werden.)

## 2. Aufgabe

	a)	b)
Track $\epsilon$	2	2
Track AI	2	2

Wir betrachten die Menge  $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$ . In einem ersten Zufallsexperiment bestimmen wir eine Menge  $A \subseteq \Omega$ , indem wir jedes Element aus  $\Omega$  unabhängig von den anderen mit Wahrscheinlichkeit  $p_A$  in  $A$  aufnehmen. Wir wiederholen das Experiment und bilden eine Menge  $B$ , wobei wir jedes Element aus  $\Omega$  (wieder unabhängig von den anderen) mit Wahrscheinlichkeit  $p_B$  in  $B$  aufnehmen.

- Bestimmen Sie  $\mathbb{E}[|A \cap B|]$ , den Erwartungswert der Mächtigkeit der Schnittmenge.
- Bestimmen Sie  $\mathbb{E}[|A \cup B|]$ , den Erwartungswert der Mächtigkeit der Vereinigungsmenge.

## 3. Aufgabe

	a)	b)	c)
Track $\epsilon$	3	5	[4]
Track AI	3	[5]	[4]

- Eine Zufallsvariable  $X$  mit Werten in  $\mathbb{N}$  heißt *geometrisch* verteilt mit Parameter  $p \in (0, 1)$ , wenn gilt

$$\Pr[X = k] = (1 - p)^{k-1} \cdot p.$$

Anschaulich beschreibt  $X$  die Anzahl der Wiederholungen, bis bei der wiederholten Ausführung eines Bernoulli-Zufallsexperiments ein Ereignis mit Wahrscheinlichkeit  $p$  das erste mal auftritt. Bestimmen Sie mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeiten-Erzeugendenfunktion den Erwartungswert  $\mathbb{E}[X]$  in Abhängigkeit von  $p$ .

- b) Sei  $X$  eine Zufallsvariable mit  $p_k = \Pr[X = k]$ , wobei  $\sum_{k \in \mathbb{N}_0} p_k = 1$  gelte. Zeigen Sie, dass für  $P(z)$  die zugehörige Wahrscheinlichkeiten-Erzeugendenfunktion die Varianz von  $X$  über

$$\mathbb{V}[X] = P''(1) + P'(1) - (P'(1))^2$$

berechnet werden kann. Hierbei bezeichnen  $P'(z)$  bzw.  $P''(z)$  die erste bzw. zweite Ableitung von  $P$  nach  $z$ .

- c) Sei  $X$  eine Zufallsvariable mit Werten in  $\mathbb{N}_0$  mit Wahrscheinlichkeitsgewichten

$$\Pr[X = k] = (m + 1)^{-n} \binom{n}{k} m^{n-k},$$

für ganzzahlige Konstanten  $n, m \geq 1$ . Berechnen Sie – Sie ahnen es: mit Wahrscheinlichkeiten-Erzeugendenfunktionen – Erwartungswert  $\mathbb{E}[X]$  und Varianz  $\mathbb{V}[X]$  von  $X$ .

**Hinweis:** Für die Bearbeitung dieser Aufgaben mag das *Theoretical Computer Science Cheat Sheet*<sup>2</sup> hilfreich sein.

## 4. Aufgabe

	a)	b)
Track $\epsilon$	[3]	[2]
Track AI	4	[2]

Gegeben sei folgende Java-Methode:

```

1 int countDivisors(int n) {
2     if (n == 1) return 1;
3     int s = 1;
4     while (s*s <= n) ++s;
5     --s;
6     int nDivisors = 2;
7     int i;
8     for (i = 2; i <= s; ++i)
9         nDivisors += n % i == 0 ? 2 : 0;
10    --i;
11    if (i*i == n) --nDivisors;
12    return nDivisors;
13 }
```

**Hinweis:** `condition ? value : value` ist der sogenannte conditional operator oder Elvis `?:` operator, siehe z. B. [http://en.wikipedia.org/wiki/Conditional\\_operator](http://en.wikipedia.org/wiki/Conditional_operator).<sup>3</sup>

- a) Übersetzen Sie die Java-Methode in ein äquivalentes Loop/While-Programm. Nur die im Buch<sup>4</sup> (Abschnitt 1.2) erwähnten und in Aufgabe 1 enthaltenen Abkürzungen dürfen verwendet werden.
- b) Kann die obige Java-Methode in ein reines Loop-Programm übersetzt werden? Begründen Sie (informell) warum bzw. warum nicht.

<sup>2</sup><http://www.tug.org/texshowcase/cheat.pdf>

<sup>3</sup>Man beachte, dass Wikipedia hier nicht als wissenschaftliche Quelle verwendet ist, sondern nur eine allgemeine Einführung bietet. ;)

<sup>4</sup>Unter "dem Buch" verstehen wir im Kontext dieser Vorlesung immer:

Markus Nebel, *Entwurf und Analyse von Algorithmen*, Springer Vieweg Wiesbaden, 2012, ISBN: 978-3-8348-1949-9