

4. Aufgabe

30 Punkte

Entwerfen Sie eine Datenstruktur für ganze Zahlen, die die folgenden Operationen mit den gegebenen asymptotischen Laufzeiten (für n die Anzahl der gespeicherten Elemente) unterstützt:

FIND(e) prüft in erwarteter Zeit $\mathcal{O}(\log n)$, ob das gegebene Element e enthalten ist.

INSERT(e) fügt ein neues Element e in erwarteter Zeit $\mathcal{O}(\log n)$ hinzu.

UNDO entfernt in Zeit $\mathcal{O}(1)$ das Element aus der Datenstruktur, das (unter allen enthaltenen) zuletzt hinzugefügt wurde, und gibt es zurück.

Erwartete Zeit heißt hier, dass wir annehmen, dass

1. die untersuchte Operation nach n INSERT-Operationen mit paarweise verschiedenen Schlüsseln aus E , $|E| \geq n$ durchgeführt wird, wobei die Permutation dieser Schlüssel uniform zufällig aus allen möglichen gewählt ist, und dass außerdem
2. der Parameter e uniform zufällig aus E bzw. im Falle von INSERT aus E ohne die bereits enthaltenen Elemente gewählt wird.

Der Speicherbedarf der Datenstruktur soll in $\Theta(n)$ sein.

Erwartungshorizont: Idee mit Invarianten; Detaillierte Beschreibung der Operationen; Begründung der Korrektheit der Datenstruktur; Begründung der behaupteten Laufzeit-schranken.