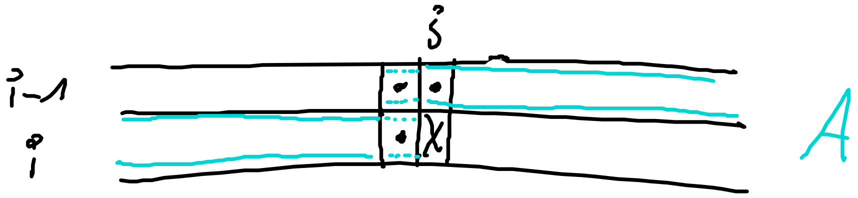
7a) OBdA $n \le m$

Idee: Alg. aus VL, aber nur letzte Zeile aufheben.




```
procedure SCORE(S,T) {
    A := SCORELINES(S,T)
    return A[n]
}

procedure SCORESLINES(S,T) {
    A := init Array[1..n]
    for j = 1, ..., n
        A[j] := j·g

    for i = 1, ..., m
        match := (i-1)·g ;
```

for $j = 1, \dots, n$ {

$$\text{new} := \min \begin{cases} \text{match} + p(S_i, T_j) \\ A[j] + g \\ g + \begin{cases} A[j-1] & , j > 1 \\ i \cdot g & , j = 1 \end{cases} \end{cases}$$

match := A[j]

A[j] := new

}

}

return A

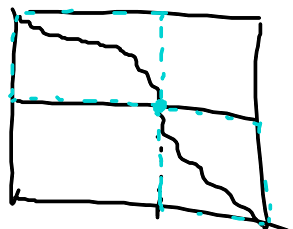
}

Laufzeit: berechnen m·n Werte $\rightsquigarrow \Theta(nm)$

Speicher: Hilfsvariablen + Array der Länge n

$\rightsquigarrow \Theta(n)$

b) $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor = i^*$



j^*

$\rightsquigarrow$ rekursiv auf (S_{1,i^*}, T_{1,j^*})

und $(S_{i^*+1,n}, T_{j^*+1,m})$

und Ergebnisalignments konkat.

aus Schnittpunkt eines „optimalen Pfades" mit Zeile i^*.

Ergebnis kodieren als Wort über $\{I, D, M\}$

procedure ALIGN(S,T) // $n = |T|$, $m = |S|$

if $(m = 0)$ {

return I^n
}
else if $(n=0)$ {
return D^m
}
else if $(m=1)$ {
$i := \arg\min_{1 \le i \le n} p(S_i, T_1)$
return $I^{i-1} M I^{n-i}$
}
else {
$i^* := \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$
$A := \text{ScoresLines}(S_{1,i^*}, T)$
$B := \text{ScoresLines}(S_{i^*,m}^R, T^R)$
$j^* := \arg\min_{0 \le j \le n} A[j] + B[n-j]$
return ALIGN(S_{1,i^*}, T_{1,j^*})
+ ALIGN$(S_{i^*+1,m}, T_{j^*+1,n})$
}

Speicherbedarf: • A, B recyclen
$\rightsquigarrow \Theta(n)$

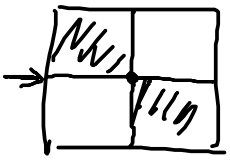
• Stack: Rekursionstiefe

$O(\log_2 m)$

$\rightsquigarrow O(n + \log_2 m)$ • Ergebnis $\Theta(n+m)$

$\rightsquigarrow O(n+m)$ insgesamt

Zeit: $O\left(nm + \frac{1}{2}nm + \frac{1}{4}nm + \dots\right)$



$\leq O(nm \cdot 2)$

Referenzen:

1) Hirschberger (D&C für LCS)
2) Myers, Miller (1988)
   Optimal alignments in linear space.

8| i) $\in NP$: klar, denn: gegeben ein Alignment rechnet man die Score in Zeit $\Theta(L \cdot k)$ aus (spaltenweise, WHILE-Modell) $\rightsquigarrow$ Zertifikat in Polyzeit (det) verifizierbar. □ i)

ii) $\in$ NP-hard:

gzz: Dec-(0,1)-Sh-SSeq-Problem $\leq_p$ MASP

Reduktionsfunktion:

$$I_{DSSP}\left(\{S_1,\dots,S_k\}\in\{0,1\}^*,\ m\in\mathbb{N}\right)$$

$$\overset{f}{\longmapsto}\left(\{S_1,\dots,S_k\},\delta,d\right)$$

mit $p(0,0)=p(1,1)=g=1$,

$p(0,1)=p(1,0)=m\binom{k}{2}+1$,

$d=m\binom{k}{2}$.

zz: I_{DSSP} ist Ja-Instanz für DSSP $\Leftrightarrow$

$f(I_{DSSP})$ ist Ja-Instanz für MASP

„$\Rightarrow$" Gegeben $S_1,\dots,S_k$, m, sodass es eine Superseq. w mit Länge $t \le m$ gibt, baue Alignment:

$$\left.\begin{matrix} w \\ S_1 \\ \vdots \\ S_k \end{matrix}\right\}$$ mit – passend auffüllen (geht, da w SS)

mit Kosten $t\binom{k}{2}\le m\binom{k}{2}$

$\rightsquigarrow f(I_{DSSP})$ ist Ja-Inst. $\square_{\Rightarrow}$

„$\Leftarrow$" Haben also MA mit Score $\leq d \leq m \binom{k}{2}$

$\rightsquigarrow$ keine Mismatches,
Alignment hat Länge $\leq m$

$\rightsquigarrow$ eindeutiger Consensus ist SS
mit Länge $\leq m$
(Laufzeit f ist poly., klar) $\square_{\Leftarrow}$

$\square$

9) Sei $v_1, \dots, v_n$ ein Pfad in G mit
$s = v_1$, $w = v_n$, $w \in V$ bel.

$$g^*(v_1, \dots, v_n) = \sum_{i=1}^{n-1} g^*(v_i, v_{i+1})$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} \left(g(v_i, v_{i+1}) + \xi(v_{i+1}) - \xi(v_i) \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} g(v_i, v_{i+1}) + \xi(v_n) - \xi(v_1)$$

$$= g(v_1, \dots, v_n) + \underbrace{\xi(w) - \xi(s)}_{=: c}$$

Da c unabh. von dem konkreten Pfad ist, liefert Minim. gemäß g bzw. g^* einen Pfad mit gleichen (minimalen) Kosten. $\square$